



**GRADO EN ECONOMÍA**  
**CURSO ACADÉMICO 2019-2020**

**TRABAJO FIN DE GRADO**

**LA ROBUSTEZ DE LA LEY DE OKUN PARA ESPAÑA,  
GRECIA, ITALIA Y PORTUGAL**

**THE ROBUSTNESS OF THE OKUN LAW FOR SPAIN,  
GREECE, ITALY AND PORTUGAL**

**AUTOR**

**JAVIER LAVÍN LEZANA**

**DIRECTOR/A**

**ADOLFO JESUS MAZA FERNÁNDEZ**

**FECHA**

**9/07/2020**



## RESUMEN.

Este trabajo evalúa la robustez y la estabilidad de la Ley Okun (Okun 1962) en base a datos trimestrales de cuatro países del sur de Europa. Para ello, se realiza un conjunto de estimaciones econométricas basadas en trabajos previos y relevantes de la literatura. Básicamente, se utilizan tres modelos para aproximarse a los datos (esencialmente PIB y desempleo), ordenados de menor a mayor complejidad: uno en primeras diferencias, otro analizando las desviaciones de las variables con respecto a su tendencia potencial (“brechas”) y otro aprovechando la relación de cointegración entre las variables implicadas. Las estimaciones que se obtienen son sensibles a la elección del modelo, así como exhiben una fuerte evidencia de ruptura estructural alrededor del año 2008, a partir del cual, dependiendo de si atendemos a una u otra especificación, los resultados de la ley de Okun presentan cambios en magnitud de diferente signo. Respecto a los resultados, obtenemos que la ley de Okun que, en principio debe estar en torno a 3, en España es de 0,75 y 0,87, en Grecia de 1,05 y 1,10, en Italia de 0,78 y 1,66 y en Portugal de 0,81 y 1,08, empleando la especificación en primeras diferencias y en “brechas” respectivamente. Además, es importante remarcar que del modelo de vector de corrección de errores, se obtiene que los coeficientes estimados de Okun son muy superiores para España (3,71), Grecia (6,45) y Portugal (4,71) respecto a los obtenidos bajo el enfoque uniecuacional en primeras diferencias, dejándonos entrever que, este último, puede presentar errores de especificación como ya señalaron Attfield y Silverstone (1997). Estos resultados aluden a posibles errores de especificación en modelos más simples, así como evidencia de la falta de robustez de esta ley asociada tanto al modelo elegido, así como a la estabilidad estructural de cada uno de los modelos.

Palabras clave: Ley, Okun, Robustez, PIB, Desempleo, Europa.

## ABSTRACT.

This work evaluates the robustness and stability of the Okun Law (Okun 1962) based on quarterly data from four countries in southern Europe. To do this, a set of econometric estimates based on previous and relevant literature work is performed. Basically, three models are used to approximate the data (essentially GDP and unemployment), ordered from least to most complex: one in first differences, another analyzing the deviations of the variables with respect to their potential trend (“gaps”) and another taking advantage of the cointegration relationship between the variables involved. The estimates obtained are sensitive to the choice of the model, as well as exhibiting strong evidence of structural rupture around the year 2008, from which, depending on whether we comply with one or the other specification, the results of Okun's law present changes in magnitude of different sign. Regarding the results, we obtain that Okun's law, which in principle should be around 3, in Spain is 0.75 and 0.87, in Greece 1.05 and 1.10, in Italy 0.78 and 1.66 and in Portugal 0.81 and 1.08, using the specification in first differences and in “gaps” respectively. Furthermore, it is important to note that from the error correction vector model, it is obtained that the estimated Okun coefficients are much higher for Spain (3.71), Greece (6.45) and Portugal (4.71) with respect to the obtained under the uniecuacional approach in first differences, hinting that the latter may present specification errors as Attfield and Silverstone (1997) already pointed out. These results allude to possible specification

errors in simpler models, as well as evidence of the lack of robustness of this law associated with both the chosen model and the structural stability of each of the models.

Key words: Law, Okun, Robustness, GDP, Unemployment, Europe.

## ÍNDICE.

1. INTRODUCCIÓN.....	6
2. ESPECIFICACIONES DE LA LEY DE OKUN.....	7
2.1. MODELO EN PRIMERAS DIFERENCIAS.....	8
2.2. MODELO EN BRECHAS.....	8
3. REVISIÓN DE LA LITERATURA.....	10
4. DESCRIPCIÓN Y TRATAMIENTO DE LOS DATOS.....	12
4.1. ANÁLISIS GRÁFICO.....	12
4.2. FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN. CORRELOGRAMA.....	14
4.3. TEST DE RAICES UNITARIAS.....	16
5. ANALISIS EMPÍRICO.....	17
5.1. ESTIMACIÓN DE LOS RESULTADOS.....	17
5.2. CAMBIO ESTRUCTURAL.....	19
5.3. MODELO DE CORRECCIÓN DE ERRORES.....	24
6. CONCLUSIONES.....	27
7. BIBLIOGRAFÍA.....	29

## ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS.

Figura 2.1. Filtro de Hodrick-Prescott para la serie del LPIB de España.....	9
Figura 4.1. Logaritmo del PIB real.....	13
Figura 4.2. Tasa de desempleo.....	14
Figura 4.3. Función de Autocorrelación. Correlograma.....	15
Figura 5.1. LR estadísticos modelo en primeras diferencias.....	20
Figura 5.2. LR estadísticos modelo en “brechas”.....	20
Figura 5.3. Estimaciones del coeficiente de Okun en primeras diferencias.....	21
Figura 5.4. Estimaciones del coeficiente de Okun en “brechas”.....	22
Figura 5.4. Estimaciones del coeficiente de Okun en “brechas”.....	25
Tabla 4.1. Estadísticos del test de Raíces-Unitarias.....	17
Tabla 5.1. Resultados de las estimaciones.....	18
Tabla 5.2. Periodos k.....	21
Tabla 5.3. Resultados estimados con variables dummies.....	23
Tabla 5.2. Test de Cointegración de Johansen y resultados estimados VECM. .....	26

## 1. INTRODUCCIÓN.

La ley de Okun es una regularidad empírica<sup>1</sup> que relaciona la tasa de crecimiento de la producción con la tasa de desempleo. Okun (1962), en un intento de cuantificar la pérdida de producción asociada a elevadas tasas de desempleo, presenta las primeras estimaciones de la que hoy en día se conoce en su honor como la Ley de Okun. Okun reporta que un cambio de un punto porcentual en la tasa de desempleo se asocia con un variación de aproximadamente del tres por ciento de la producción en sentido contrario. Desde entonces, en la formulación de políticas económicas, se tiene como regla general la relación tres a uno a la hora de medir el coste de altas tasas de desempleo. Además, a pesar de su base a-teórica, se incluye en la mayoría de libros intermedios de macroeconomía<sup>2</sup>, convirtiéndose de esta forma en una de las regularidades empíricas más sólidas, dado que los datos -de manera global- no rechazan la existencia de dicha relación.

Sin embargo, las tres últimas décadas, siguiendo los diferentes avances producidos en el campo del análisis empírico de series temporales, pone de manifiesto que las “especificaciones de la ley se han ido flexibilizando para incorporar otras variables, modular la intensidad de la respuesta al horizonte temporal, incorporar asimetrías, etc. Asimismo, se han incorporado nuevos contrastes y técnicas econométricas en aras de estimar con más fiabilidad los parámetros de interés”<sup>3</sup>. De esta forma se plantean nuevos desafíos a la relación, tomada como una ley, de tres a uno como una regularidad empírica.

Por lo tanto, este trabajo investiga empíricamente si las propiedades de la ley de Okun, tanto estadísticamente como cuantitativamente, se han alterado en el contexto de los acontecimientos de las tres últimas décadas. Para ello, se utilizan datos de España, Grecia, Italia y Portugal. La muestra de datos nos permite indagar sobre la naturaleza de la ley de Okun desde un perspectiva del sur de Europa, cuyas peculiaridades del mercado laboral pueden haber influido en los valores del coeficiente de Okun. Además, mediante el procedimiento de Andrews (1993), se estudia la inestabilidad estructural a lo largo del tiempo, identificado aquellos posibles periodos en los que se ha podido dar un cambio estructural.

Otra contribución de este trabajo es el estudio de la robustez del modelo. Comparamos las estimaciones de dos de las especificaciones propuestas originariamente por Okun (1962). Concretamente comparamos el modelo en primeras diferencias y el modelo en “brechas”, el cual permite extraer el componente cíclico de las series de tiempo calculando aproximadamente las desviaciones respecto de su tendencia potencial. Para la especificación en “brechas” utilizamos los resultados extraídos del procedimiento de descomposición Hodrick-Prescott, aunque existen muchos otros como el método Beveridge-Nelson (BN, 1981) y el filtro de Kalman. El modelo de primeras diferencias se extiende a un marco de corrección de errores multivariante con la finalidad de explorar en profundidad la sensibilidad de las estimaciones.

De este modo, el resto del documento continúa de la siguiente manera: La sección 2 muestra las diferentes especificaciones de la ley de Okun. La sección 3 revisa la literatura de los diferentes procedimientos econométricos utilizados durante las tres

---

<sup>1</sup> Definiremos una regularidad empírica como una relación -no necesariamente causal- hallada entre variables.

<sup>2</sup> Véase, por ejemplo, Blanchard, 2000, De Long, 2003, Mankiw, 2001, y Abel y Bernanke, 2004.

<sup>3</sup> Belmonte, A. y Polo, C. 2004, “Formulaciones de la ley de Okun y resultados para España”, págs. 3-4.

últimas décadas para estimar el coeficiente de Okun en sus distintas versiones. La sección 4 describe los datos a utilizar y estudia la naturaleza de las series de tiempo. La sección 5 muestra los resultados empíricos y la sección 6 concluye.

## 2. ESPECIFICACIONES DE LA LEY DE OKUN.

La ley de Okun establece la existencia de una relación empíricamente negativa entre el crecimiento de la economía y la tasa de desempleo. Dicha relación fue inicialmente formulada por Arthur M. Okun en su artículo “Potential GNP: Its Measurement and Significance” como una solución al problema de estimar el producto potencial de una economía.

En su artículo, Okun explora la relación entre la tasa de crecimiento del producto y la tasa de desempleo con la finalidad de estimar el nivel del producto potencial dado el desempleo real. Para ello, utiliza datos trimestrales de la producción y el desempleo de los EE.UU. para el periodo 1949-1962.

La idea inicial del modelo de Okun consiste en averiguar la cantidad de producción de la economía bajo condiciones de pleno empleo, o lo que es lo mismo, cuanto se desvía el producto de su tendencia en condiciones de pleno empleo por cada punto porcentual que cambia la tasa de desempleo. Los resultados obtenidos por Okun indican que un aumento en 1% en la tasa de desempleo de los EE.UU genera una pérdida de entorno el 3% en la producción. Desde Okun, las diferentes especificaciones para estimar la relación entre el producto y el desempleo se dividen en partes iguales en la literatura como comprobamos más adelante en la Sección 3.

Originalmente, Okun establece una relación entre el producto y la tasa de desempleo sin pretender formalizar un modelo causal, sino basado en un trabajo empírico con datos sin argumentación teórica previa. Además, sugiere tres enfoques alternativos para la estimación, usados posteriormente por diversos autores: un modelo en primeras diferencias, un modelo en “brechas”, y un modelo de tendencia determinista y estacionalidad. La especificación en primeras diferencias, como la empleada por Mankiw (1994), entre muchos otros, permite lograr la estacionariedad en aquellos variables que poseen una raíz unitaria. Por otra parte, el enfoque en “brechas”, utilizado por Gordon (1984) y Hsing (1991), tiene como objetivo proporcionar inferencias sobre el comportamiento de series temporales durante el ciclo económico. El modelo de tendencia determinista y estacionalidad, utilizado por Abel y Bernanke (2004), relaciona la tasa de ocupación observada, relativa a la potencial o de pleno empleo y el coeficiente entre la producción y la producción potencial.

Sin embargo, en este trabajo, únicamente se utilizan las dos primeras especificaciones. Por lo tanto, consideramos el enfoque en primeras diferencias y en “brechas” para proporcionar un análisis equilibrado del problema.

A continuación, mostramos la especificación matemática de cada uno de los modelos.

## 2.1. MODELO EN PRIMERAS DIFERENCIAS.

Este modelo expresa las variables de producción, medida por el logaritmo del PIB, ( $y_t$ ) y la tasa desempleo ( $u_t$ ) en primeras diferencias<sup>4</sup>:

$$\Delta y_t = \beta_0 - \beta_1 \Delta u_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

Dónde:

- $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$  es la tasa de variación del logaritmo de la producción en el periodo  $t$  y  $t-1$ .
- $\Delta u_t = u_t - u_{t-1}$  es la variación del desempleo en el periodo  $t$  y  $t-1$ .
- $\beta_0$  y  $\beta_1$  son los parámetros a estimar del modelo. El primero de ellos  $\beta_0$ , es el término constante, el cual representa el valor que toma la variación de la tasa de desempleo cuando la variación de la producción es nula. Por otra parte, el segundo de ellos  $\beta_1$ , también conocido como el coeficiente de Okun, se corresponde con la pendiente del modelo y nos indica cuanto varia la tasa de desempleo si se produce una variación de un 1% en la producción, pudiéndose interpretar como la elasticidad entre el desempleo y el producto.
- $\varepsilon_t$  es el término de error o perturbación aleatoria del modelo econométrico, el cual debe seguir la siguiente distribución  $\varepsilon_t \sim i.i.d N(0, \sigma^2)$ , es decir, idéntica e independientemente distribuida como una normal con media 0 y varianza constante para comportarse como un ruido blanco.

Sin embargo, el modelo en primeras diferencias tiene un gran inconveniente: como señalan Attfield y Silverstone (1997) si las series de producción y desempleo además de ser individualmente integradas de orden uno  $I(1)$ , también están cointegradas, entonces la ecuación (1) está mal especificada. Además, en contraste a la estimación de Prachowny (1993) de 0,67 para el coeficiente de Okun, basada únicamente en datos diferenciados, el coeficiente de Okun estimado para Estados Unidos es cercano a 2 cuando se incluye una relación de cointegración.

## 2.2. MODELO EN BRECHAS.

El segundo enfoque para estimar la ley de Okun se basa en la existencia de la brecha entre la producción potencial y observada y la brecha en el desempleo como se puede observar en la siguiente expresión:

$$y_t - y_t^* = -\beta_1(u_t - u_t^*) + \varepsilon_t, \quad (2)$$

Dónde:

- $y_t^*$  representa el nivel de producto potencial o de tendencia e  $y_t$  es el producto real observado de manera que  $y_t - y_t^* = y_t^c$  captura el nivel cíclico de producción (brecha de producción).

<sup>4</sup> Decimos que es integrado de orden "d",  $y_t \sim I(d)$  si requiere de "d" diferencias para ser estacionario  $\Delta^d \sim I(0)$ . La primera diferencia de  $y_t$  es el cambio de  $y$  en dos periodos consecutivos:

$$y_t - y_{t-1} = y_t - B y_t = (1 - B) y_t = \Delta y_t$$

La segunda diferencia de  $y_t$  es la primera diferencia de la primera diferencia.

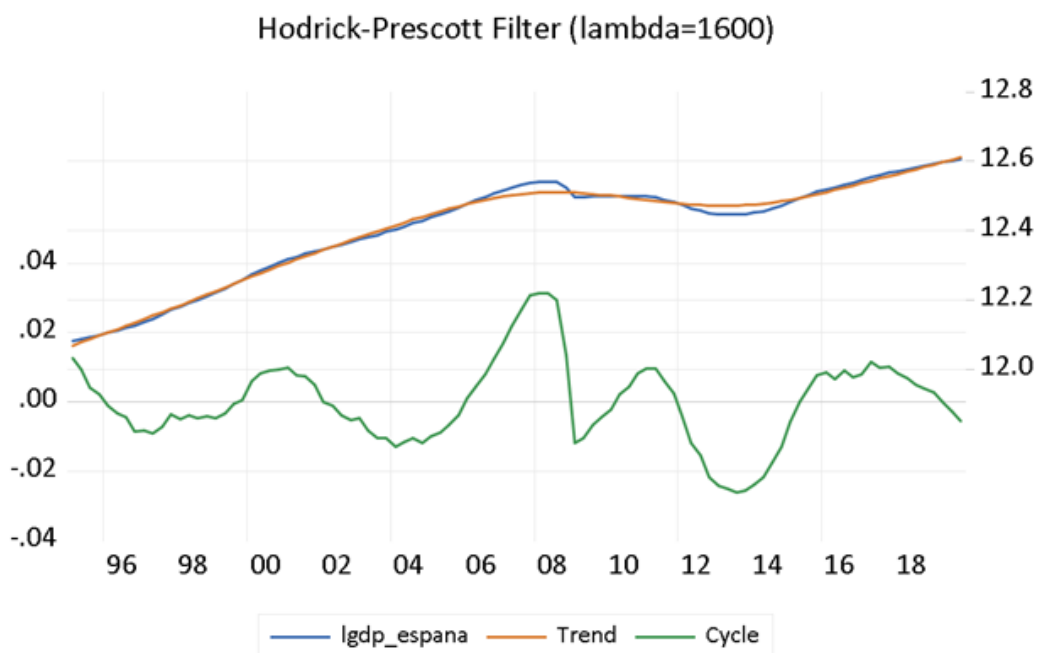


- $u_t^*$  representa la tasa natural de desempleo y  $u_t$  es la tasa de desempleo real observada tal que  $u_t - u_t^* = u_c^t$  captura el nivel cíclico de producción (brecha de producción).
- $\beta_1$  es el parámetro cuyo valor estimado es el coeficiente de Okun y nos informa de cuanto varía la brecha de producción ante variaciones en la brecha de desempleo.
- $\varepsilon_t$  es el término de error o perturbación aleatoria del modelo econométrico, el cual debe seguir la siguiente distribución  $\varepsilon_t \sim i.i.d N(0, \sigma^2)$ , es decir, idéntica e independientemente distribuida como una normal con media 0 y varianza constante para comportarse como un ruido blanco.

A diferencia que en la ecuación (1), la ecuación (2) requiere información sobre las tendencias del producto y el desempleo, las cuales son directamente inobservables. Desafortunadamente, no existe un consenso acerca del procedimiento de cómo generar esas tendencias.

Okun muestra que, según datos de Estados Unidos, durante el periodo 1947-60, la especificación (1) o (2) ofrece  $\hat{\beta}_1 = 3$ . Para el enfoque en “Brechas” utiliza tendencias deterministas lineales para medir el nivel de producción potencial y la tasa natural de desempleo. Sin embargo, evidencias más recientes nos muestran que si las variables son integradas de orden 1, la aplicación de tendencias deterministas puede conducir a inferencias engañosas. Por lo tanto, nos enfocamos en aquellos resultados de estimación que tienen en cuenta la posible existencia de tendencias estocásticas. En nuestro estudio utilizaremos el filtro de Hodrick-Prescott (HP).

Figura 2.1. Filtro de Hodrick-Prescott para la serie del LPIB de España.



Fuente: Elaboración propia a partir del software Eviews.

El filtro HP descompone series temporales integradas en una tendencia estocástica y un componente cíclico minimizando la varianza del componente cíclico sujeto a una penalización debido a variaciones en la segunda diferencia del componente de

tendencia. La Figura 2.1, a modo de ejemplo, muestra la tendencia estocástica y el componente cíclico para la serie LPIB para España extraídos mediante el filtro HP.

El problema de optimización en el que está basado se recoge en la siguiente expresión:

$$\min_{\lambda} \sum_{t=1}^T [(x_t - x_t^*)^2 + \lambda (\Delta x_{t+1}^* - \Delta x_t^*)^2], \quad (3)$$

Dónde:

- $\lambda$  es un parámetro que controla la suavidad de  $x_t^*$
- El componente cíclico en  $x_t$ ,  $x_t^c = x_t - x_t^*$

El filtro HP es un método ampliamente utilizado por números autores durante las últimas décadas para descomponer las series en sus componentes. Por ejemplo, Giorno et al. (1995) extrae la tendencia y los componentes cíclicos para series de datos de producto aplicando este método. Otros autores como King, Stock y Watson (1995) utilizan este método de filtrado para explorar la relación de la curva de Phillips entre la inflación y el desempleo durante el ciclo económico. Sin embargo, a pesar de su popularidad, la utilización de datos filtrados mediante este método puede conducir a inferencias espurias como así lo avalan estudios recientes. King y Robeldo (1993), por su parte, muestran que la dinámica de los datos filtrados por HP puede diferir notablemente de aquellas basadas en operaciones en diferencias o en otros métodos de tendencia.

En un intento de estudiar la solidez de las estimaciones del coeficiente de Okun consideramos los métodos de transformación de datos descritos anteriormente. El modelo en primeras diferencias, se basa en las propiedades de raíz unitaria de las series al tiempo que obvia la necesidad de modelar sus componentes de tendencia estocástica. A su vez, como se puede observar durante el análisis empírico, el modelo en primeras diferencias se extiende a un marco de corrección de errores. Respecto al enfoque en brechas, utilizamos el filtro HP que enfatiza la diferencia dinámica entre la tendencia y el componente cíclico.

### 3. REVISIÓN DE LA LITERATURA.

En el contexto de la estimación de los parámetros asociados a la ley de Okun con métodos econométricos, en la década posterior a 1970<sup>5</sup>, caracterizada por altas tasas de desempleo y bajo crecimiento de la producción de los Estados Unidos, algunos autores, que ahora presentamos, investigan sobre el posible cambio estructural entre la dinámica de la producción y el desempleo.

Gordon (1984), empleando datos trimestrales del periodo, 1951:1-1979:3, estima una ecuación autoregresiva con retardos (ADL), obteniendo que por cada punto que se desvía la tasa de paro de su tendencia la producción se desvía el 2,03% respecto de la potencial. De igual forma, Evans (1989), obtiene un valor de 1,96 mediante la estimación de un modelo VAR entre la tasas de crecimiento económico y la tasas de desempleo de los Estados Unidos para un periodo comprendido entre, 1951:1-1985:4.

---

<sup>5</sup> Crisis petrolera de 1973.

Los resultados obtenidos por Gordon y Evans para el efecto a largo plazo son muy similares y claramente muy inferiores al intervalo (2,50-2,86) acotado por Okun.

Palley (1993), estima relaciones dinámicas para la primera y la tercera especificación de Okun. El coeficiente que obtiene para el periodo, 1948:3-1991:1, era de 4,35 para las etapas expansivas y de 1,64 para las recesivas.

Weber (1995) en un primer momento, estima una especificación dinámica de la ley de Okun en su versión en brechas con 2 y 4 retardos. Gracias a las predicciones a largo plazo de la tasa de paro y la producción, identifica el componente tendencial de cada serie y de esta forma, obtener las brechas para la tasa de paro y la producción. Empleando datos del periodo, 1948:1-1988:4, Weber obtiene un valor del coeficiente de Okun a largo plazo de 3,85; además mediante el contraste de Chow rechaza la hipótesis de constancia en los coeficientes estimados para los periodos separados por 1973:3.

En adición a esto, Weber estima la relación de Okun por otras dos vías. La primera, se ajusta a aquellas series que están cointegradas, es decir, aquellas regresiones en las que los residuos son estacionarios. Estima el coeficiente de la producción en la ecuación de largo plazo de la tasa de paro y la producción. De esta forma, obtiene que el valor del coeficiente de Okun es ligeramente menor que tres y que los coeficientes estimados no son constantes para ninguno de los periodos separados por 1973:3. La segunda vía consiste en una adaptación del procedimiento empleado por Blanchard en 1989, obteniendo que el coeficiente de Okun es de 4,5, al mismo tiempo que se rechaza de nuevo la hipótesis de constancia en los coeficientes.

La inclusión de variables como el aumento de la participación femenina en la fuerza laboral, la desaceleración de la productividad y los salarios, y la reestructuración corporativa en las explicaciones para tales desarrollos las hacen destacar entre las demás (por ejemplo, Juhn, Murphy y Top 1991; Weiner 1993). Sin embargo, algunos autores como Friedman y Watcher (1974), señalan que “la esencia de la ley de Okun consiste en eliminar de la función de producción todas las variables excepto la tasa de paro y la tendencia temporal, procedimiento justificable si éstas variables eran a su vez funciones de la tasa de paro y la tendencia”. Por tanto, estos desarrollos contribuían aún más al escepticismo (Friedman 1988; Altig, Fitzgerald y Rupert 1997) sobre la robustez de la ley de Okun. Concretamente, Hsing (1991), Prachowny (1993), y Sheehan y Zahn (1980), señalaron que las pérdidas de trabajo asociadas a reducciones de la cantidad de producción habían tendido a aumentar con el tiempo.

Parchowny (1993) argumenta que el elevado coeficiente que obtenido Okun y Gordon se debía a la omisión de variables relevantes. Para ello, estima una ecuación utilizando las series de producción y tasas de paro de Gordon (1967:2-1986:2), y las de Adam y Coe, 1989 (1975:1-1988:4) obteniendo dos resultados de interés. El primero, el pequeño valor que tomaba el coeficiente de Okun, 0,619, en comparación con el estimado por Okun (2,86) y Gordon (2,02); y el segundo, la hipótesis de significatividad conjunta de las últimas tres variables no se rechaza, restando validez a los resultados de estos autores que habrían omitido variables relevantes.

Attfield y Silverstone (1997), señalan que las series de producto y desempleo, además de ser individualmente integradas  $I(1)$ , podían estar cointegradas. Estiman el coeficiente de Okun utilizando las series de Gordon y los datos de capacidad y jornada de Parchowny para Estados Unidos. En contraste a la estimación de Parchowny (1993) de 0,67 basada únicamente en datos diferenciados, el coeficiente de Okun estimado para Estados Unidos es igual a 2 cuando se incluye una relación de cointegración.

En los últimos años, en relación al estudio de la linealidad de la ley de Okun, algunos autores como Harris y Silverstone (2001), Viren (2001) y Mayes y Viren (2002) emplean modelos de corrección de error para abarcar esta cuestión. Harris y Silverstone (2001), tratan de captar la posible asimetría de la ley de Okun imponiéndola en los residuos de la relación de largo plazo. Para ello, una vez comprobado que las series eran  $I(1)$ , estudiaron la posible relación de cointegración entre las series, contrastando la estacionariedad de los residuos. Si los residuos son estacionarios  $I(0)$ , las series están cointegradas, Engle y Granger (1987)<sup>6</sup>. Los resultados obtenidos para diferentes países de la OCDE en los años 1978-99 no rechazan la hipótesis de que las series están cointegradas a excepción de un país. Sin embargo, los resultados difieren utilizando un modelo asimétrico. En definitiva, podemos resaltar las diferentes velocidades de ajustes cuando la producción está por encima o por debajo de la relación de largo plazo.

Después de revisar la literatura acerca de las estimaciones de la ley de Okun durante las tres últimas décadas, podemos poner de manifiesto la amplia metodología empleada por los autores para estimar con mayor fiabilidad formulaciones más flexibles. Desde contrastes de estabilidad, raíz unitaria y cointegración, modelos uniecuacionales ADL o modelos VAR, modelos de corrección de error en sus diferentes versiones etc. En este trabajo se partirá de estas metodologías para poder analizar con mayor garantías dicha relación.

#### 4. DESCRIPCIÓN Y TRATAMIENTO DE LOS DATOS.

En este trabajo, para examinar la Ley de Okun se han utilizado datos trimestrales de los cuatro países propuestos: España, Grecia, Italia y Portugal<sup>7</sup>.

Antes de comenzar con el análisis econométrico, estudiaremos la estacionariedad de las series. Dicho análisis es de gran importancia, ya que, la mayoría de series de tiempo son no estacionarias y puede conducir a lo que se conoce como el fenómeno de regresión espuria o regresión sin sentido de Yule<sup>8</sup>. Para ello examinaremos dos pruebas visuales: 1) el análisis gráfico y 2) la prueba del correlograma. Una vez hecho esto, realizamos la prueba formal de raíz unitaria (DFA).

##### 4.1. ANÁLISIS GRÁFICO.

A continuación mostramos los gráficos de las series de tiempo para hacernos una idea inicial de la naturaleza de las series:

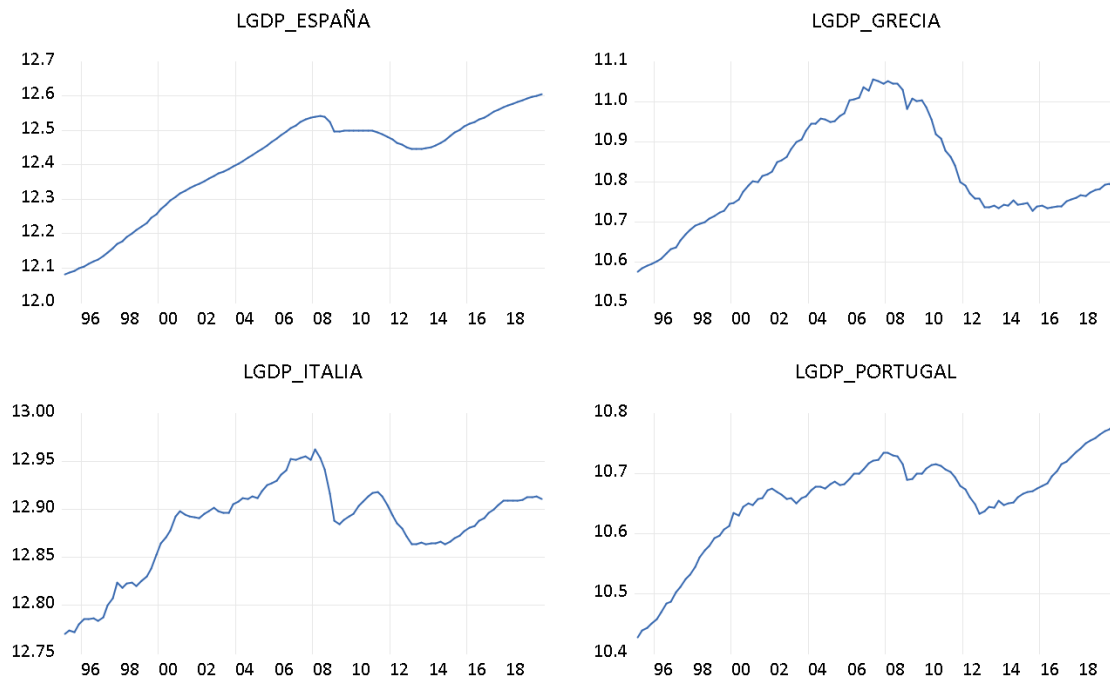
---

<sup>6</sup> Engle, R. y Granger, C.W.J. 1987, "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing" *Econometria*, vol 55, núm. 2, págs. 251-76.

<sup>7</sup> Los datos han sido obtenidos de varios indicadores de la "Database" de Eurostat. Los datos del PIB real han sido previamente transformados en logaritmos y corresponden al volumen encadenado a precios constantes del 2010. Las series de datos de la tasa de desempleo para los cuatro países han sido ajustadas de estacionalidad mediante el procedimiento Tramo-Seats de Maraval y Gomez, basado en fundamentos ARIMA, que permite linealizar las series eliminando el componente estacional además de disgregar las series preajustadas en sus componentes. Ajuste realizado mediante el software Gretl.

<sup>8</sup> Yule, G.U. 1926, "Why Do We Sometimes Get Nonsense Correlations Between Time Series? A Study in Sampling and the Nature of Time Series", en *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 89, págs. 1-64. Para amplias simulaciones Monte Carlo sobre regresiones espurias, véase C.W.J. Granger y P. Newbold, 1974, "Spurious Regressions in Econometrics", en *Journal of Econometrics*, vol. 2, págs. 111-120.

Figura 4.1. Logaritmo del PIB real.



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos proporcionados por eurostat.

La figura 4.1 muestra el PIB real de España, Grecia, Italia y Portugal. Esta figura muestra que el PIB real tiende a incrementarse a lo largo del tiempo. Sin embargo, este crecimiento no es constante. A menudo, existen periodos en los que este crecimiento se ve interrumpido por disminuciones de renta; el caso más notorio de nuestra muestra fue la crisis financiera que tuvo lugar en 2008. Como se puede observar, la media, al igual que la varianza, se incrementan con el tiempo violando una condición de estacionariedad en sentido débil<sup>9</sup>. En resumen, las series de LPIB real no son estacionarias.

La figura 4.2 muestra la tasa de paro para España, Grecia, Italia y Portugal. Podemos observar que, al contrario que las series del LPIB, las tasas de paro describen rachas, es decir, no tienen una tendencia clara a largo plazo, variando de forma considerable de un año para otro.

<sup>9</sup> Para que una serie de tiempo estocástica  $y_t$  sea estacionaria en sentido débil, debe poseer las siguientes propiedades que dan lugar a la estacionariedad en autocovarianza:

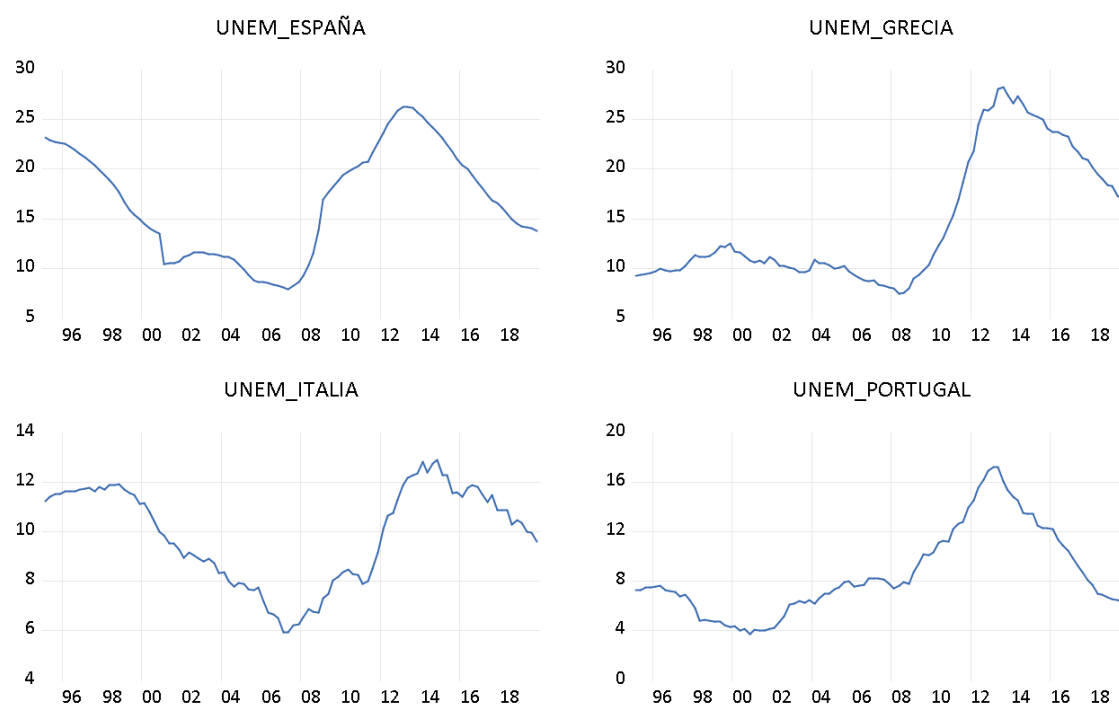
$$E(Y_t) = \mu$$

$$\text{var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$$

$$\gamma_k = E[(Y - \mu)(Y_k - \mu)]$$

Si una serie de tiempo no es estacionaria en el sentido anteriormente definido, se dice que la serie de tiempo no es estacionaria (estacionariedad débil). Por lo tanto, una serie de tiempo no estacionaria tendrá “una media que varía con el tiempo o una varianza que cambia con el tiempo, o incluso ambas”. Gujarati, D.N. y Porter, D. C. 1997, “Econometría de las series de tiempo: algunos conceptos básicos en Econometría quinta edición”, ed. Jesús Mares Chacón y Edmundo Carlos Zúñiga Gutiérrez, The McGraw-Hill, Santa fe de Bogota, Colombia, págs. 737-69.

Figura 4.2. Tasa de desempleo.



Fuente: Elaboración Propia a partir de los datos proporcionados por eurostat.

Las tasas de paro aumentan considerablemente a partir de la gran recesión ocasionada por la crisis financiera de 2008-2009. Por lo tanto, a pesar de que la media de las series es constante, a medida que avanzamos a lo largo de los periodos de la muestra, la varianza de las series aumenta de manera indefinida, violando de esta forma una condición de estacionariedad. En resumen, las series de tasa de desempleo para los 4 países no son estacionarias.

## 4.2. FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN. CORRELOGRAMA.

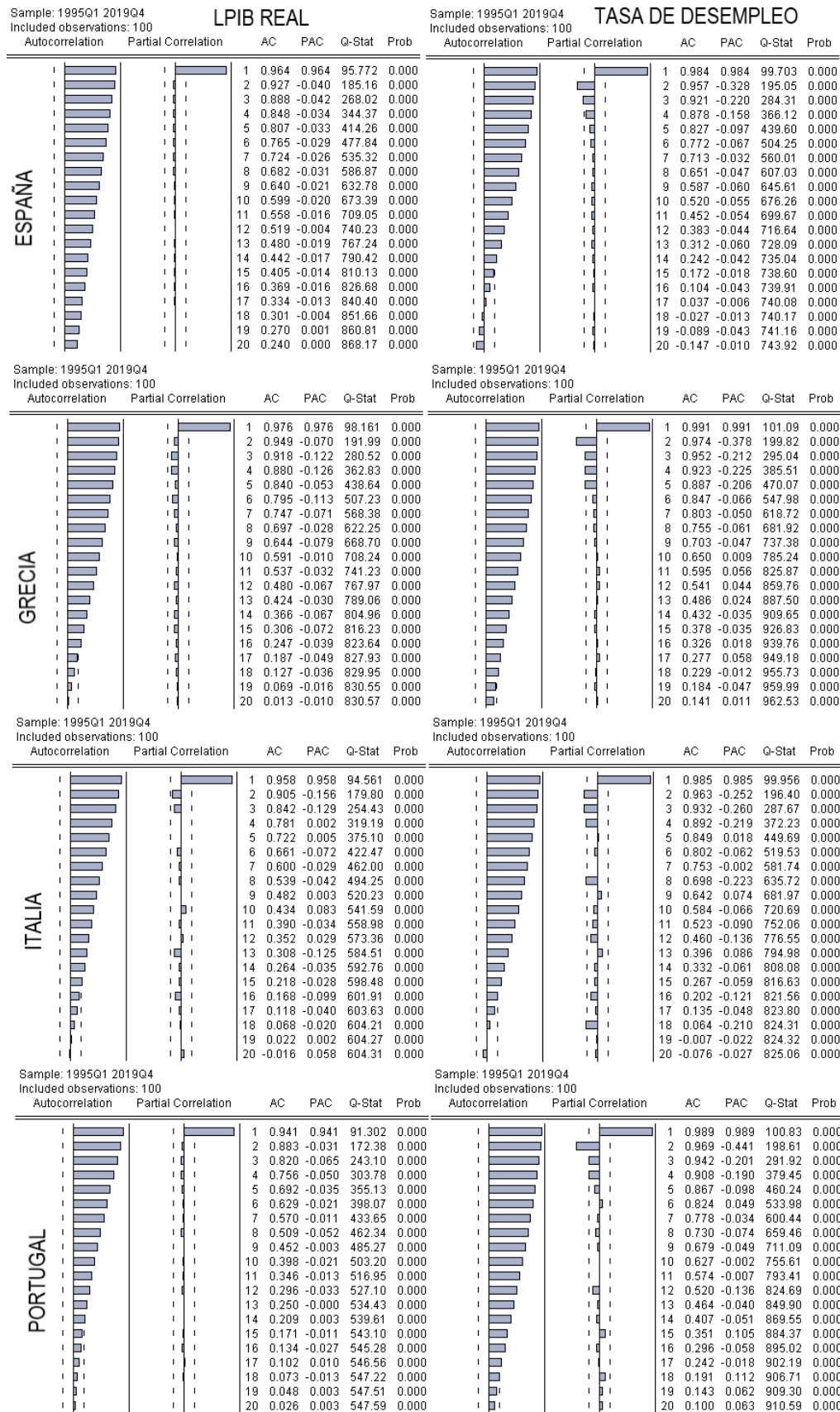
Continuando con nuestro análisis de las series de tiempo, en esta sección se estudia las funciones de autocorrelación simple (FAC)<sup>10</sup> y parcial (FACP)<sup>11</sup>. Estas funciones se representan a través del correlograma, que son simplemente los gráficos respecto de la longitud del retardo. El uso de estas funciones se introdujo como parte de la metodología de BOX-Jenkins<sup>12</sup> en el proceso de identificación para encontrar los valores apropiados de  $p$ ,  $d$  y  $q$ . Si las series se corresponden con procesos integrados, y por lo tanto no estacionarios, la FAC decrece lentamente a partir de un valor próximo a la unidad, y la FACP se anula para órdenes “ $k$ ” superiores a uno, en el que adopta un valor próximo a uno.

<sup>10</sup> Se entiende por FAC a los sucesivos coeficientes de correlación ( $\rho_k$ ) de distintos órdenes de una variable con ella misma, desfasada diferentes órdenes o periodos. Esta función muestra el efecto acumulado del pasado de la serie en el presente ya que tiene en cuenta los efectos intermedios.

<sup>11</sup> En cuanto a la FACP, se define para cada instante  $t$  y cada periodo  $k$ , como la interrelación entre las variables  $Z_t$  y  $Z_{t-k}$ , eliminando la dependencia creada por los retardos intermedios.

<sup>12</sup> Box, G.E.P. Y Jenkins, G.M. 1970, Time Series Analysis, Forecasting and Control.

Figura 4.3. Correlogramas.



Fuente: Elaboración propia a partir del software Eviews.

Debido a la limitación de espacio, representamos el correlograma de 20 de los 36 retardos<sup>13</sup> que escogemos para el estudio de la estacionariedad de las series de datos de cada país. Por tanto, examinamos el correlograma de las series de tiempo del logaritmo del PIB real y la tasa de desempleo para España, Grecia, Italia y Portugal.

En la figura 4.3 se muestra el correlograma de las series de datos. A modo de ejemplo, tomamos el correlograma para las series de España. El coeficiente de autocorrelación (FAC) en el retardo 1 para las series de producto y tasa de desempleo presenta un valor muy alto de (0,964) y (0,984) respectivamente. A partir de ahí comienza a decrecer muy lentamente hasta anularse. Como podemos observar, la FAC en la serie para el logaritmo del PIB real todos los retardos son estadísticamente diferentes de cero en un nivel individual, pues todas están fuera de los límites a 95% de confianza. Para la serie correspondiente a la tasa de desempleo hasta el retardo 15, la FAC es estadísticamente diferente de 0. Respecto a la función de autocorrelación parcial (FACP), para la serie del producto, después del primer retardo decrece de forma considerable y todas las FACP, después del primer retardo, son estadísticamente no significativas. Sin embargo, para la serie de la tasa de desempleo, esto ocurre a partir del retardo 3. Por ello, parece que las series no son estacionarias. Si atendemos a los correlogramas de las series para el resto de los países objeto de estudio, observamos patrones similares, lo que nos lleva a concluir que todas las series son no estacionarias, ya sea, respecto a la media o la varianza, o ambas.

### 4.3. TEST DE RAICES UNITARIAS.

En este apartado se realiza la prueba de estacionariedad formal de Dickey-Fuller<sup>8</sup> para cada serie y se estudia la posible existencia de rupturas de tendencias estacionarias en las series. Como se muestra en la Tabla 1, los estadísticos del test de Dickey-Fuller Aumentado<sup>14</sup> (DFA) arrojan fuerte evidencia de existencia de una raíz unitaria en las series de datos de los 4 países. Esto nos indica, que utilizar una función lineal para representar el componente tendencial como hizo Okun en 1970, puede conducir a estimaciones sesgadas entre el producto y el desempleo.

Otro factor a tener en cuenta es la presencia de cambios estructurales a lo largo de las series de datos. Durante el periodo de estudio, las economías de España, Grecia, Italia y Portugal pasaron por diferentes ciclos económicos debido a la crisis financiera del 2008. Por tanto, es muy probable que existan comportamientos económicos diferentes de un ciclo a otro. Perrón (1989), refiere este hecho argumentando que la presencia de cambios estructurales puede conducir a inferencias espurias de raíces unitarias en especificaciones en niveles. Para comprobar la posibilidad de estacionariedad a lo largo de una tendencia rota, empleamos el procedimiento mínimo DFA-t (min-t) de Zivot y Andrews (1992). En la tabla 4.1, además de recoger los estadísticos de DFA-t, se muestran los estadísticos t-min. Estos revelan la presencia de tendencia-rota estacionaria para los datos correspondientes al producto de Grecia. La ruptura de tendencia ocurre alrededor del cuarto trimestre del 2009 coincidiendo con la crisis financiera mundial que afectó sobre todo a los países más desarrollados.

---

<sup>13</sup> La selección de retardos se basa en una regla práctica que consiste en la elección de un tercio o incluso una cuarta parte de la longitud de la serie de tiempo. Aunque se aconseja empezar con un número de retardos lo bastante grande y más tarde reducirlos mediante un criterio estadístico. Gujarati pp,749-743.

<sup>14</sup> Dickey, D.A. y Fuller, W. A. (1979). Distribution of estimators for Autoregressive time series with unit root. Journal of the American Statistical Association, 74: 427-31.



Tabla 4.1. Estadísticos del test de raíces unitarias.

País	Real GDP		Desempleo	
	ADF-t	Min-t	ADF-t	Min-t
España	-2,02	-4,27 (2008Q3)	-1,03	-4,57(2008Q1)
Grecia	-2,71	-5,51*(2009Q4)	-1,10	-4,68(2009Q4)
Italia	-2,42	-4,16 (2008Q1)	-0,78	-5,33(2011Q2)
Portugal	-2,43	-4,26 (2010Q4)	-0,68	-3,86(2008Q1)

NOTA: El periodo de muestra para todos los países es desde el primer trimestre de 1995 hasta el último de 2019. \* denota un nivel de significatividad de 0,01. Los estadísticos de DFA son los t-valor para  $\alpha$  en la siguiente regresión  $\Delta x_t = \delta_0 + \delta_1 t + \alpha x_{t-1} + \sum_{j=1}^3 \phi_j x_{t-j} + e_t$ . Los estadísticos min-t se calculan utilizando regresiones secuenciales sobre  $1 < TB < T$  basado en la ecuación  $\Delta x_t = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 DU_t + \delta_3 DT_t + \alpha x_{t-1} + \sum_{j=1}^3 \phi_j x_{t-j} + e_t$ , donde las variables dummy  $DU_t = 1$  y  $DT_t = t - TB$  para  $t > TB$  y 0 para lo demás, y TB denota el posible periodo en el que ocurre la ruptura de tendencia. Los valores críticos para los estadísticos de DFA-t son dados por Davison y Mackinnon (1993), y por Zivot y Andrews (1992) para los estadísticos min-t. Entre paréntesis se indican los periodos correspondientes a los estadísticos min-t. *Elaboración propia a partir del software Eviews.*

Hemos analizado varias pruebas de raíz unitaria, sin embargo existen muchas otras más. El que exista gran variedad de pruebas de raíz unitaria se debe al tamaño y a la potencia de las mismas. Por este mismo motivo, en un intento de mejorar la potencia de la prueba, hemos incluido el test min de Dickey-fuller que refleja la existencia de rupturas estructurales.

Por lo tanto, es de gran importancia tener en cuenta las limitaciones que se presentan a la hora de aplicar las pruebas. Maddala y Kim apoyan la idea de descartar las pruebas tradicionales DF, DFA y PP debido a las modificaciones que estas pruebas han sufrido por parte de autores como Perron y Ng, Elliot, Rothenberg y Stock, Fuller y Leybourne. Sin embargo, para que esto ocurra, habrá que esperar a que se desarrollen nuevas pruebas de raíz unitaria.

Atendiendo a los resultados obtenidos, la teoría económica nos sugiere que la serie de datos de producto para Grecia se ajusta a un modelo de tendencia rota en forma de regresión de Zivot-Andrew<sup>15</sup> en lugar de primeras diferencias. Sin embargo, aplicamos primeras diferencias a todas las series de datos al no apreciar diferencias entre modelos.

## 5. ANALISIS EMPÍRICO.

### 5.1. ESTIMACIÓN DE LOS RESULTADOS.

En este apartado se presentan los resultados empíricos de la ley de Okun obtenidos a partir de las especificaciones anteriormente descritas. En concreto, comparamos los

<sup>15</sup> Este método procede de la siguiente manera. Primero,  $\widehat{TB}$  es el periodo en el que se ha identificado un cambio de tendencia de tal manera que especificamos una variable ficticia  $DU_t$ , la cual es igual a 1 para  $t > \widehat{TB}$  y 0 para lo demás; y otra variable ficticia  $DT_t$  la cual es igual a  $t - \widehat{TB}$  para  $t > \widehat{TB}$ . La primera variable ficticia captura el posible cambio en la tendencia lineal, mientras que la segunda variable ficticia captura un posible cambio en la pendiente de la tendencia. La ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$x_t = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 DU_t + \delta_3 DT_t + e_t$$

Donde  $\delta_t$  son los parámetros. Las estimaciones para el término residual  $e_t$  se tratarían como los datos estacionarios relevantes de tendencia rota, los cuales remplazarían a los datos en primeras diferencias.

resultados estimados en primeras diferencias con los obtenidos mediante la especificación en “brechas”. Para este último, los datos cíclicos de interés se obtienen a través del procedimiento HP. A la hora de realizar las regresiones, utilizamos el procedimiento Newey-West (1987) que proporciona estimaciones consistentes de las matrices de varianza-covarianza de los parámetros, y por tanto, es un método adecuado para poder utilizar los t-estadísticos con garantías.

En la tabla 5.1, se encuentran los resultados estimados de interés. Los coeficientes estimados de Okun son cualitativamente similares a través de los diferentes modelos. Podemos destacar que el coeficiente  $\beta_1$  es estadísticamente significativo a todos los niveles de significación convencionales para los 4 países. Además, las estimaciones cuantitativas entre los países son similares. Estas similitudes pueden atribuirse a las semejanzas institucionales de los mercados laborales. Estos, se caracterizan por prestaciones de desempleo muy elevadas que pueden desincentivar a que algunos trabajadores tomen ciertos trabajos, dificultando de esta forma el ajuste salarial e incrementando el desempleo en épocas de recesiones. Además, presentan un gran número de contratos temporales, los cuales, por lo general tienen poca protección laboral.

Si atendemos al coeficiente de determinación ( $\bar{R}^2$ ), podemos destacar el bajo valor que toma para la mayoría de los países. Esto puede deberse a una mayor variabilidad en sus datos de desempleo y producción desde finales de la primera década del siglo XXI. Estas observaciones, junto con cómo viene desarrollándose la economía, implica la posibilidad de inestabilidad estructural en las regresiones de Okun. Por tanto empleamos el test Quandt Likelihood Ratio modificado por Andrews (1993) para probar formalmente este hecho. El estadístico QLR es el valor máximo de la secuencia Wald-Type statics, el cual cada uno de ellos prueba una posible ruptura estructural en un periodo dentro de la muestra de estimación. Las pruebas de Wald comparan la suma de los residuos cuadrados de dos estimaciones de submuestras separadas por un posible punto de ruptura.

Tabla 5.1. Resultados de las estimaciones.

País	Primeras Diferencias				Filtro Hodrick-Prescott			
	$-\beta_1$	$\bar{R}^2$	QLR	$\hat{k}$	$-\beta_1$	$\bar{R}^2$	QLR	$\hat{k}$
España	0,75*(5,43)	0,63	76,32*	2008Q3	0,87*(9,85)	0,78	12,99*	20012Q4
Grecia	1,05*(4,20)	0,25	23,27*	2007Q3	1,10*(7,88)	0,57	6,03**	2004Q4
Italia	0,78*(3,12)	0,13	5,59***	2001Q2	1,66*(7,91)	0,41	4,99***	2008Q4
Portugal	0,81*(3,64)	0,22	10,58*	2000Q4	1,08*(8,20)	0,55	7,23**	2008Q4
Media	0,85				1,17			

NOTA: Los números entre paréntesis representan los t-estadísticos. \*, \*\* y \*\*\* representan los niveles de significatividad estadística de 0,01, 0,05 y 0,1, respectivamente. QLR es la versión de Wald del likelihood ratio test para un cambio estructural en una fecha desconocida y  $\hat{k}$  es la fecha de ruptura identificada mediante el procedimiento de Quandt test de Andrews (1993).

Fuente: Elaboración propia a partir del software Eviews.

Como podemos observar en la Tabla 2, los estadísticos QLR proporcionan fuertes evidencias que apoyan la idea inicial de inestabilidad estructural en las regresiones de

Okun. La hipótesis nula de constancia en los parámetros, es rechazada uniformemente para ambas especificaciones.

Los periodos que denotamos en la Tabla 2 como  $\hat{k}^{16}$ , corresponden al valor máximo de las estadísticas QLR, situando las fechas de los puntos de ruptura estructural más dominantes. En contraste con los resultados de Perron (1989) obtenidos en la Tabla 5.1, muchas fechas de ruptura que se muestran en la Tabla 2 no coinciden con la Gran Recesión de 2008. Las rupturas estructurales antes de la de 2008 pueden deberse a la unión monetaria de principios de siglo y las rupturas posteriores a la reforma laboral de 2012 que sufrieron algunos de los países.

La última fila de la Tabla 2, muestra la media de los coeficientes de Okun estimados en primeras diferencias y en “brechas” para los 4 países. El modelo en primeras diferencias produce resultados inferiores, no solo en promedio, si no de forma individual para cada país en comparación con los proporcionados por el modelo en “brechas”.

## 5.2. CAMBIO ESTRUCTURAL.

Atendiendo a la fuerte evidencia de inestabilidad de los parámetros que se muestra en la Tabla 1, en este apartado se reestiman los modelos teniendo en cuenta las rupturas estructurales identificadas. Creamos una variable dummy<sup>17</sup>  $D_t(\hat{k})$  para cada país que ha sido identificado con una ruptura estructural en el periodo  $\hat{k}$ . Por tanto, las ecuaciones (1) y (2) se expresan, respectivamente, de la siguiente manera:

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \alpha_2 D_t(\hat{k}) - \beta_1 \Delta u_t - \beta_2 [D_t(\hat{k}) \cdot \Delta u_t] + \varepsilon'_t ; \quad (4)$$

$$y_t - y_t^* = -\alpha_2 D_t(\hat{k}) - \beta_1 (u_t - u_t^*) - \beta_2 [D_t(\hat{k}) \cdot (u_t - u_t^*)] + \varepsilon'_t ; \quad (5)$$

Dónde:

- $D_t(\hat{k}) = 1$  para  $t \geq \hat{k}$  y 0 para el resto.
- $\beta_1$  y  $\beta_2$  capturan los posibles cambios del cambio estructural.
- $\beta_1$  es el coeficiente de Okun antes del cambio estructural.
- $\beta_1 + \beta_2$  es el coeficiente de Okun después del cambio estructural.

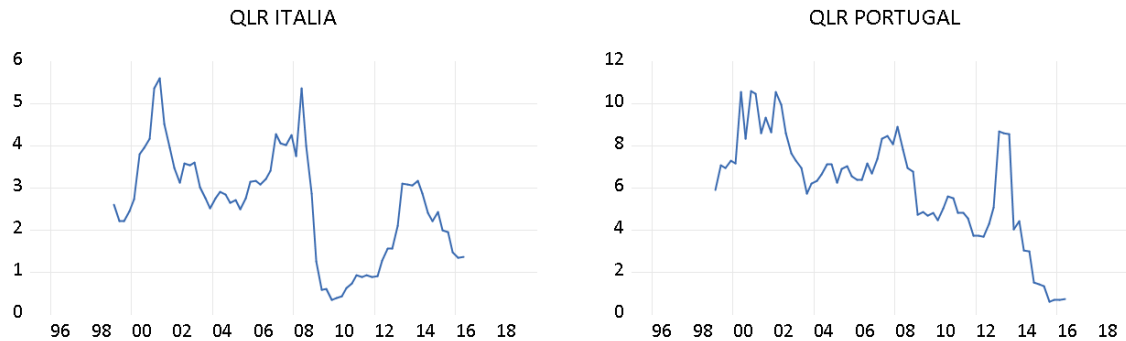
Algunas de las fechas que escogemos para crear nuestras variables ficticias difieren de las identificadas en la Tabla 2. Esto se debe a que los periodos  $\hat{k}$  están asociados a los valores máximos del estadístico QLR, identificando de esta manera los puntos de ruptura estructural más dominante. Sin embargo, nos interesa conocer los puntos de ruptura estructural que correspondan a la crisis financiera de 2008 para conocer los coeficientes de Okun antes y después del cambio estructural. A continuación se

<sup>16</sup>  $\hat{k}$ , debido a modificaciones introducidas en el software que utilizamos para este trabajo, denota el periodo en el que comienza el cambio estructural, a diferencia de otros trabajos que denota el último periodo antes del cambio.

<sup>17</sup> Una variable dummy es una variable ficticia utilizada para explicar valores cualitativos en un modelo de regresión, además suelen tomar valores binarios.

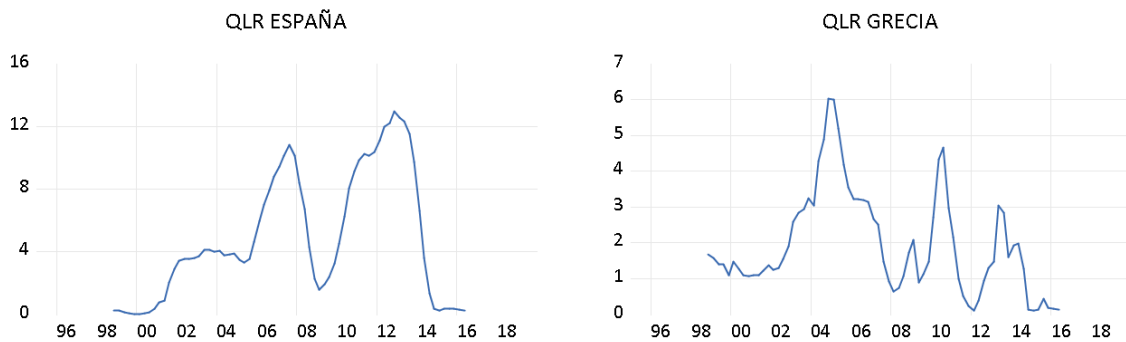
muestran los gráficos<sup>18</sup> que plasman los QLR estadísticos que nos permiten identificar las fechas de ruptura estructural de interés:

Figura 5.1. LR estadísticos del modelo en primeras diferencias.



*Elaboración propia a partir del software Eviews.*

Figura 5.2. LR estadísticos modelo en “brechas”.



*Elaboración propia a partir del software Eviews.*

Las Figuras 5.1 y 5.2 muestran los valores de las estadísticas QLR para cada especificación. Cada valor se asocia a un periodo dentro de la muestra de estimación al que se le ha aplicado una reducción del 15%. Como podemos observar, para estos casos, el valor máximo del estadístico no coincide con una fecha próxima al 2008. Por tanto, escogemos aquellos valores máximos que identifiquen posibles rupturas estructurales en fechas próximas a la crisis financiera. De igual forma, Eviews nos ofrece la posibilidad de ir reduciendo el tamaño de la muestra de forma simétrica identificando aquellos posibles puntos de ruptura cercanos a 2008.

En la Tabla 5.2 se muestran las fechas definitivas que utilizaremos para crear las variables dummies:

<sup>18</sup> Únicamente se muestran los gráficos de Italia y Portugal en primeras diferencias y de España y Grecia en “brechas” porque los valores máximos del QLR no coinciden con las fechas de ruptura estructural de interés. Para el resto de casos el valor máximo del likelihood ratio identifica rupturas estructurales en fechas que coinciden con el estallido de la crisis financiera.

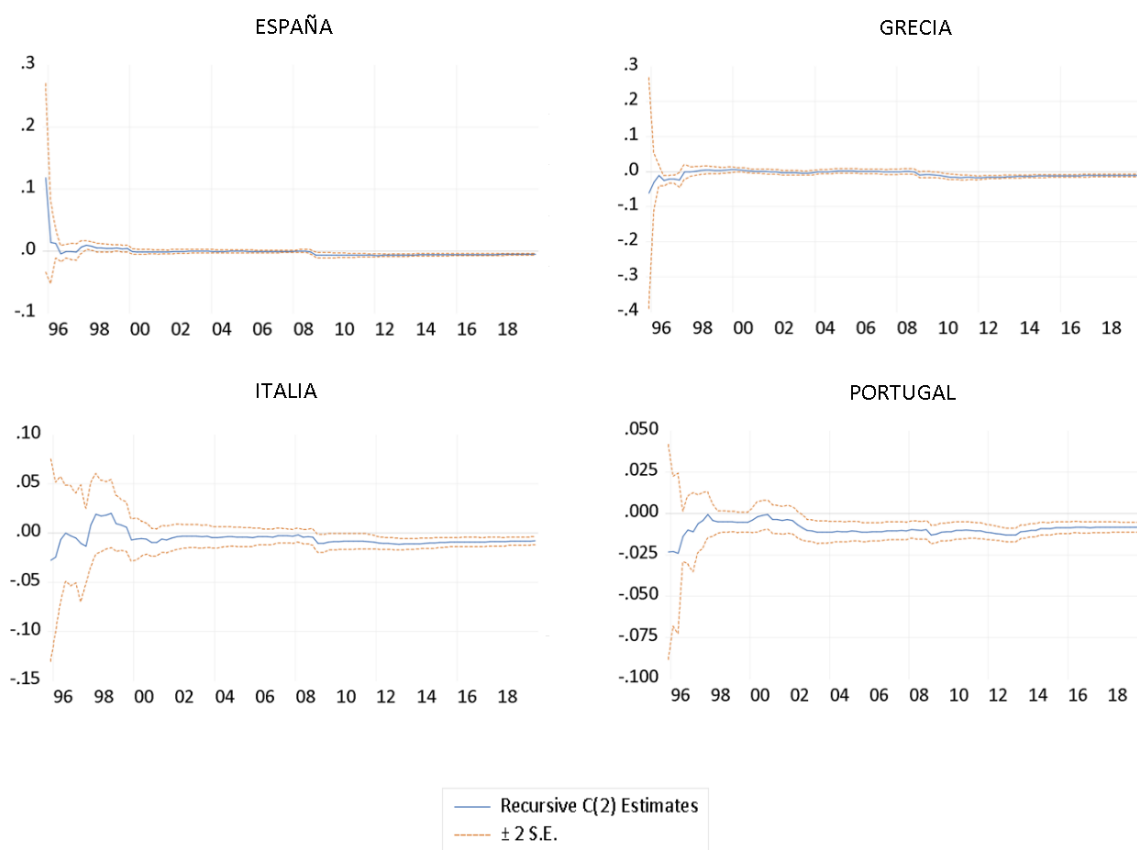
Tabla 5.2. Periodos  $\hat{k}$ .

	Primeras Diferencias	Hodrick-Prescott
Pais	$\hat{k}$	$\hat{k}$
España	2008Q3	2007Q3
Grecia	2007Q3	2010Q3
Italia	2008Q2	2008Q4
Portugal	2008Q1	2008Q4

*Elaboración propia a partir del software Eviews.*

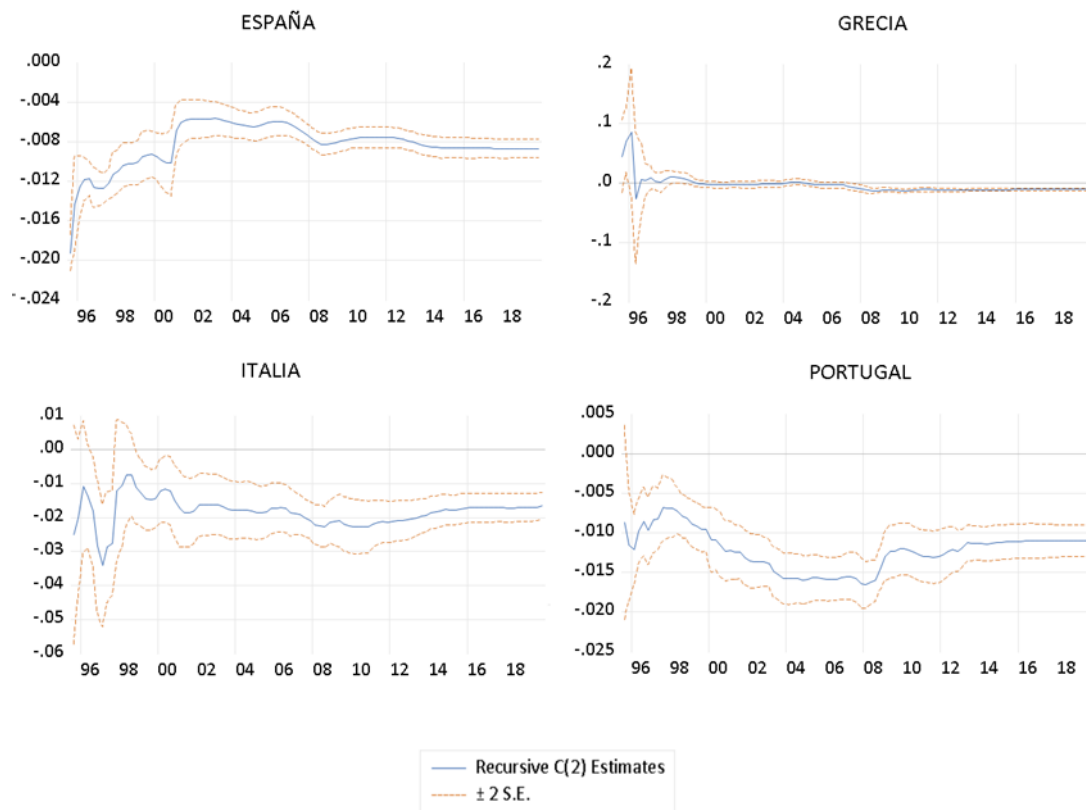
Mediante la prueba de estabilidad estructural de coeficientes recursivos, podemos observar la evolución de las estimaciones para el coeficiente de Okun. Las Figuras 5.3 y 5.4 muestran las gráficas del coeficiente  $\hat{\beta}_1$  para las especificaciones (1) y (2). También se muestran las dos bandas de error estándar alrededor del coeficiente  $\hat{\beta}_1$ .

Figura 5.3. Estimaciones del coeficiente de Okun en primeras diferencias.



*Elaboración propia a partir del software Eviews.*

Figura 5.4. Estimaciones del coeficiente de Okun en “brechas”.



Elaboración propia a partir del software Eviews.

Aunque las estimaciones del coeficiente de Okun muestran variaciones significativas al inicio de la muestra, nos interesa estudiar el comportamiento económico antes y después de la crisis. Obviando estas variaciones que, además, pueden deberse al menor tamaño inicial de la muestra, podemos observar como el coeficiente de Okun muestra una variación significativa en los años correspondientes al inicio de la crisis financiera, indicándonos de esta forma, que las ecuaciones postuladas intentan digerir una ruptura estructural. Una vez más, mostramos una fuerte evidencia de inestabilidad estructural para esas fechas.

Los coeficientes estimados en las regresiones con variables dummies se recogen en la Tabla 5.3. No todos los coeficientes son estadísticamente significativos, impidiéndonos rechazar para algunos casos que las dos regresiones tengan el mismo intercepto o la misma pendiente. El coeficiente de Okun ( $\beta_1$ ) estimado para el subperiodo antes del cambio estructural difiere de manera significativa dependiendo que modelo se utilice. Para el modelo en primeras diferencias se obtiene un coeficiente ( $\beta_1 + \beta_2$ ) estimado en valores absolutos muy superior al valor estimado ( $\beta_1$ ) para subperiodos anteriores. Sin embargo, estos resultados se dan a la inversa utilizando el modelo en “brechas”. Este último proporciona unos resultados para la mayoría de los países similares a los obtenidos por Jim Lee utilizando diferentes métodos de tendencias que apoyan hallazgos anteriores de Hsing (1991) y Sheehan y Zahn (1980), en los que un cambio en la tasa de desempleo corresponde a un cambio menor en el nivel de producción en los subperiodos más recientes. Sin embargo, como mencionamos con anterioridad, el filtro HP puede conducir a inferencias espurias, proporcionando dinámicas de los datos filtrados notablemente diferentes a aquellas basadas en operaciones de diferencia u otros modelos de tendencia. La media para los coeficientes estimados después del

cambio estructural es casi idéntica para ambas especificaciones, al contrario que para el coeficiente estimado antes del cambio estructural. La dualidad del mercado laboral de estos países (contratos fijos vs contratos temporales), influye en las estimaciones de la ley de Okun dotándolas de mayor volatilidad durante las recesiones. Por lo tanto no es de extrañar, que se observe una inestabilidad del coeficiente de Okun respecto al periodo anterior al inicio de la crisis. Además los países objeto de estudio, han sido golpeados con mayor intensidad por la crisis, donde los ajustes del mercado laboral han sido vía cantidades (desempleo), en lugar de vía precios (salarios). Estas peculiaridades del mercado laboral, junto con errores de especificación provocados por la omisión de variables relevantes pueden explicar los resultados tan dispares entre modelos.

Tabla 5.3. Resultados estimados con variables dummies.

País	Primeras Diferencias			Hodrick-Prescott		
	$-\beta_1$	$\alpha_2$	$-(\beta_1 + \beta_2)$	$-\beta_1$	$\alpha_2$	$-(\beta_1 + \beta_2)$
España	0,27	-0,60	0,85	0,65	0,13	1,00
Grecia	0,10	-1,34	1,04	1,33	-0,45	0,90
Italia	0,20	-0,41	0,77	2,30	-0,22	1,3
Portugal	1,04	-0,53	1,32	1,60	-0,09	0,85
Media	0,40	-0,72	1,00	1,47	-0,16	1,01

NOTA: Los parámetros son estimados con las fechas correspondientes a los cambios estructurales identificados en la Tabla 5.2.1. *Elaboración propia a partir del software Eviews.*

El coeficiente  $\alpha_2$  representa un cambio en el intercepto. En el modelo en diferencias, el valor de  $\alpha_2$  refleja un cambio en el crecimiento del producto entre subperiodos. Como podemos observar, todos los estimadores entran con un signo negativo, indicando un menor crecimiento en las dos últimas décadas. Por otro lado, los correspondientes a la alternativa en “brechas”, representan diferencias entre periodos en la brecha de producto en lugar de en la tasa de crecimiento promedio de la producción. Para la especificación en brechas, dicho coeficiente estimado es estadísticamente insignificativo para todos los países. Por tanto, hay evidencia de cambios fundamentales en el ciclo económico durante las dos últimas décadas.

Tomando en conjunto los datos de los países de España, Grecia, Italia y Portugal, podemos confirmar que la ley de Okun es válida desde una perspectiva del sur de Europa en el sentido de significancia estadística en los estimadores de la relación producto-desempleo. Además, se apoya la idea de que las estimaciones cuantitativas en lugar de cualitativas son inestables en las últimas décadas.

### 5.3. MODELO DE CORRECCIÓN DE ERRORES.

Attfield y Silverstone (1997), apuntan que si las series están cointegradas, la regresión de Okun en la forma de ecuación en primeras diferencias (1) está mal especificada. Desde esta perspectiva, en esta sección tratamos de evaluar la robustez de las estimaciones con datos diferenciados reestimando el coeficiente de Okun dentro de un marco de corrección de errores que incluye las posibles relaciones de cointegración.

Para reestimar el coeficiente de Okun, aplicamos el método de máxima verosimilitud al modelo de vector de corrección de errores (VECM):

$$\Delta Z_t = M + \sum_{i=1}^q \Gamma_i \Delta Z_{t-1} + \Pi Z_{t-1} + \xi_t, \quad (6)$$

Dónde:

- $Z_t = [y_t, u_t]'$
- $M$  es un vector de interceptos  $2 \times 1$ .
- $\Gamma_i$  es una matriz de parámetros  $2 \times 2$ .
- $\xi_t$  es un vector de las perturbaciones  $2 \times 1$ .
- $\Pi = \alpha \phi'$  es una matriz que captura las relaciones de largo plazo donde  $\alpha$  y  $\phi$  son  $2 \times r$  matrices del rango  $r \leq 2$ , y  $\phi$  es la matriz de los vectores de cointegración tal que  $\phi' Z_t$  son las relaciones de cointegración.

A continuación descomponemos la matriz de largo plazo, donde encontramos los parámetros de interés:

$$\Pi Z_{t-1} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \end{bmatrix} [\phi_{11} \phi_{12}] \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}_{t-1}, \quad (7)$$

El valor estimado asociado al parámetro  $\alpha_{11}$  se encuentran entre  $-1 < \alpha_{11} < 0$  y nos indican la velocidad de ajuste entre las discrepancias que existen entre el producto y desempleo a largo plazo. El valor estimado del parámetro  $\phi_{12}$  es la pendiente de la relación de cointegración y nos indica el valor del coeficiente de Okun a largo plazo.

A su vez, podemos representar el VECM como un sistema de ecuaciones simultaneas de la siguiente forma:

$$\Delta y_t = \beta_{10} + \sum_{i=1}^n \beta_{11} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^n \beta_{12} \Delta u_{t-i} + \alpha_{11} (Z_{t-1}) + \varepsilon_{11} \quad (8)$$

$$\Delta u_t = \beta_{20} + \sum_{i=1}^n \beta_{21} \Delta u_{t-i} + \sum_{i=1}^n \beta_{22} \Delta y_{t-i} + \alpha_{21} (Z_{t-1}) + \varepsilon_{21} \quad (9)$$

Donde  $Z_{t-1}$  es la relación o vector de cointegración.

Como señalan Attfield y Silverstone (1997), la ecuación (6) también admite la construcción de un mecanismo de corrección de errores para la especificación en "brechas". Si las series del producto y el desempleo están cointegradas, tienden a regresar al equilibrio una vez transcurridos los shocks de las perturbaciones.



Procedemos a la elaboración de un modelo de vector de errores para cada país. Comenzamos creando un vector autorregresivo<sup>19</sup> (VAR) para cada país, con el objetivo de seleccionar el orden óptimo de retardos para cada modelo y estudiar la posible existencia de relaciones de cointegración. La inclusión de un número elevado de términos retardados consumirá muchos grados de libertad debido a la multicolinealidad. Sin embargo, añadir muy pocos retardos provoca errores de especificación. Decidimos el orden de retardos óptimo mediante el criterio de información de Akaike (AIC) que nos permite elegir aquel modelo con un determinado número de retardos que minimice dicho criterio de información. Para España seleccionamos un número de retardos de 2, para Grecia de 6, para Italia de 5 y 3 para Portugal.

Para aquellas series de producto y desempleo que han sido identificadas como I (1), procedemos a realizar el test de cointegración. Concretamente, empleamos el test de cointegración de Johansen (1988) y Johansen y Juselius (1990), basados en las estimaciones de la matriz de cointegración  $\Pi$  en (6). El primer test se basa en el valor máximo del estadístico eigenvalue ( $\lambda_{max}$ ), que prueba la hipótesis nula de que el rango de la matriz  $\Pi$  es  $r$  contra la alternativa de que el rango es  $r + 1$ . El segundo test se basa en el estadístico de la traza ( $\lambda_{trace}$ ), el cual prueba la hipótesis nula de que el rango de la matriz  $\Pi$  es menor o igual a  $r$  contra una alternativa más general. Los test estadísticos en la Tabla 4 indican que la hipótesis nula de  $r = 0$  es rechazada para la mayoría de los países con series de datos I (1) excepto para Italia. Por tanto, podemos concluir que las series de producción y desempleo comparten al menos una relación de cointegración para la mayoría de los países. A continuación, tras realizar la prueba de cointegración de la traza y el máximo mediante los autovalores, se muestran los vectores o relaciones de cointegración para aquellos países que están cointegrados.

Figura 5.5. Relaciones de cointegración.

1 Cointegrating Equation(s):	Log likelihood	372.0397
Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)		
LGDP_ESPANA UNEM_ESPANA	C	
1.000000	0.037155	-13.44113
	(0.00812)	(0.18041)
:1 Cointegrating Equation(s):	Log likelihood	247.0217
Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)		
LGDP_GRECIA UNEM_GRECIA	C	
1.000000	0.064110	-11.93590
	(0.01125)	(0.19328)
1 Cointegrating Equation(s):	Log likelihood	320.2278
Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)		
LGDP_PORT... UNEM_PORT...	C	
1.000000	0.047050	-11.26687
	(0.01234)	(0.13335)

NOTA: Los errores estándar asíntóticos se muestran entre paréntesis debajo de los coeficientes estimados, excepto para el coeficiente que ha sido normalizado a 1.0.

Fuente: *Elaboración propia a partir del software Eviews.*

<sup>19</sup> SIMS, C. 1980, "Macroeconomics and reality". *Econometrica*, 48, págs. 1-48

La Figura 5.5 muestra los coeficientes estimados de los vectores o relaciones de cointegración para España, Grecia y Portugal. El vector de cointegración no está identificado, a menos que imponamos alguna normalización arbitraria. En este caso, el software econométrico utilizado adopta una normalización, tal que, el primer  $r$  de la serie en el vector es normalizado como una matriz identidad. Para ello, toma los coeficientes no restringidos del vector de cointegración y lo convierte en otro vector proporcional a él con modulo uno.

Siguiendo con lo que es tradicional en la literatura de la cointegración, multiplicamos el vector normalizado para cada país identificado con una relación de cointegración por -1. Una vez hecho esto, reordenamos los términos de tal manera que los vectores se interpreten como una función de la siguiente manera:

$$lgdp_{España} = 13,44 - 0,037unemployment_{España} \quad (10)$$

(0,18041) (0,00812)

$$lgdp_{Grecia} = 11,94 - 0,064unemployment_{Grecia} \quad (11)$$

(0,19328) (0,01125)

$$lgdp_{Portugal} = 11,27 - 0,037unemployment_{Portugal} \quad (12)$$

(0,13335) (0,01234)

En la Tabla 5.4 se presentan las estimaciones del coeficiente de largo plazo para el VECM en (6), que se obtienen utilizando el método ML junto con la imposición de rangos de cointegración identificados. Es importante diferenciar que, el modelo de corrección de errores (6) admite relaciones entre los valores retardados de las series, frente a una sola relación contemporánea en la ecuación en primeras diferencias (1).

Tabla 5.4. Test de Cointegración de Johansen y resultados estimados VECM.

País	$\lambda_{max}$		$\lambda_{Traza}$		$\emptyset_{12}$
	$r = 0$	$r = 1$	$r = 0$	$r = 1$	
España	27,60*	7,78	33,38*	5,78	-3,72 (4,56)
Grecia	22,87*	6,22	29,10*	6,22	-6,45 (5,70)
Italia	13,28	2,48	15,76	2,48	
Portugal	22,11*	7,12	29,23*	7,12	-4,71(3,81)
Media					-4,96

NOTA: Las figuras entre paréntesis representan la t-estadísticas, \*, \*\*, \*\*\* representan los niveles de significación 0,01, 0,05 y 0,1 respectivamente. Los máximos mediante los autovalores estadísticos son computados como  $\lambda_{max}(r) = -T \log(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$  donde  $r$  es el número de vectores de cointegración y  $\hat{\lambda}_{r+1}$  es el autovalor  $r + 1$  más largo estimado para el problema  $|\lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}| = 0$  y  $S_{ij} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it} \varepsilon'_{jt}$  ( $i, j = 0, k$ ), el cual es el residuo postulado al sistema de vector de corrección de errores. La traza estadística es computada como  $\lambda_{traza}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \log(1 - \hat{\lambda}_i)$  donde  $\hat{\lambda}_i$  son los  $n - r - 1$  autovalores más pequeños estimados y  $n = 2$  es el número de variables. Los valores críticos están tabulados en Osterward-Lenum (1992). Fuente: elaboración propia a partir del software Eviews.

Los valores estimados para el ratio de desempleo retardado  $\Pi_{12}$  de la ecuación (7), coinciden con la pendiente de las relaciones de cointegración (10), (11) y (12), además son negativas y estadísticamente significativos para todos los países que poseen al menos una relación de cointegración, tal y como lo postula la teoría económica. Esto refleja una respuesta del producto a la desviación del movimiento secular<sup>20</sup> del desempleo.

Por tanto, podemos interpretar estos coeficientes como la variación porcentual de la producción ante una variación de 1% en el desempleo. Para el caso de España, la producción se reduce en un 3,71%, para Grecia un 6,45% y, por último, para Portugal un 4,71% ante un aumento de 1% en la tasa de desempleo, *ceteris-paribus*. Estos resultados distan mucho de los obtenidos en la Tabla 5.1 de 0,75, 1,05 y 0,85, respectivamente para cada país.

Los resultados obtenidos mediante la inclusión de las relaciones de cointegración, complementan la idea de que la omisión de la relación de cointegración implica un sesgo severo en la estimación del coeficiente de Okun, como inicialmente plantearon Attfield y Silverstone (1997). La media de los estimadores es 4,96, muy superior a la obtenida en la tabla 5.1.1. Además este valor de 4,96 es similar al obtenido por Webber (4,5) y Palley para las fases expansivas (4,35) y muy lejano al de Prachowny (1993) de 0,67 en forma pura de primera diferencia.

## 6. CONCLUSIONES.

En este documento, se ha evaluado la relación entre el producto y el desempleo (siguiendo la ley de Okun) en base a datos de 4 países del sur de Europa. También hemos presentado una comparativa entre los resultados obtenidos bajo la especificación de primeras diferencias y el enfoque en “brechas”. Para este último, la información ha sido extraída mediante el filtro de Hodrick-Prescott. Podemos resaltar algunos hallazgos que surgen de nuestro análisis empírico. Primero, la muestra de datos, por lo general, respalda la validez de la ley de Okun en el sentido de significancia estadística en las estimaciones de parámetros. Sin embargo, los resultados no son tan sólidos como los reportados por Okun (1962). Las estimaciones cuantitativas son similares entre países, debido a las semejanzas institucionales del mercado de trabajo, sin embargo difieren dependiendo el método que se utilice.

Los datos de España, Grecia, Italia y Portugal revelan una fuerte evidencia de cambio estructural en la relación de Okun. Dependiendo el enfoque al que acudamos, se obtienen resultados contradictorios. Para el enfoque en primeras diferencias todos los países experimentaron una mayor pérdida de producción asociada con un aumento dado del desempleo en la última década, a diferencia de la especificación en brechas, en la que la mayoría de países experimentaron una menor caída del producto asociada con un aumento del desempleo. Este hallazgo de estimaciones variables a través del tiempo, implica que cualquier regla general, como la ley de Okun debe ser aplicada con advertencia.

---

<sup>20</sup> El movimiento secular presenta movimientos suaves de largo plazo.

La robustez de los resultados ha sido explorada aún más en profundidad extendiendo el modelo de primeras diferencias a un marco de corrección de errores. El coeficiente de Okun estimado parece ser sensible a la inclusión de una relación de cointegración entre el desempleo y la producción. Es, por tanto, interesante indicar que no podemos asegurar que la ley de Okun sea robusta. Es decir, con todos los análisis realizados, la mera existencia de cambio estructural y la lejanía de los valores de esta ley para distintos países con respecto al valor de referencia (-3) genera, desde nuestro punto de vista, un claro debate sobre la validez de esta ley y la inclusión en las decisiones de política económica como un hecho no sujeto a crítica. Asimismo, encontramos que la estimación del coeficiente no es robusta al método elegido.

Por lo tanto, se debe tener especial cuidado a la sensibilidad entre métodos para construir los datos de interés. En particular, podemos destacar las marcadas diferencias en inferencias entre datos diferenciados por primera vez y aquellos contruidos bajo el enfoque en “brechas”. Desde esta perspectiva, debemos interpretar con precaución aquellas inferencias basadas en un solo modelo, como ocurre en muchos estudios previos.

## 7. BIBLIOGRAFÍA.

- Andrews, Donald W. K. 1993, "Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point." *Econometrica* 61, págs. 821- 56
- Adams, Ch., y D. T. Coe, 1989, "A Systems Approach to Estimating the Natural Rate of Unemployment and Potential Output for the United States", IMF Working Paper 89/89
- Altig, D., T. Fitzgerald y P. Rupert, 1997, "Okun's Law Revisited: Should We Worry about Low Unemployment", Federal Reserve Bank of Cleveland, Economic Commentary, 15 May.
- Attfield, C. L. F. y B. Silverstone, 1997, "Okun's Coefficient: a Comment." *The Review of Economics and Statistics*, vol. 79, págs. 326-329
- Attfield, C. L. F. y B. Silverstone, 1998, "Okun's Law, Cointegration and Gap Variables", *Journal of Macroeconomics*, vol. 20, nº. 3, págs. 625-637.
- Beveridge, Stephen, and Charles R. Nelson. March 1981, "A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the 'Business Cycle'." *Journal of Monetary Economics* 7, págs.151-74.
- Box, G.E.P. Y Jenkins, G.M. 1970, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Ed. Holden-Day; San Francisco.
- Davidson, Russell, and James G. MacKinnon. 1993, *Estimation and Inference in Econometrics*. New York: Oxford University Press.
- Engle, R. F. y C. W. J. Granger, 1987, "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing", *Econometrica*, vol. 55, no.2, págs. 251-276.
- Eurostat: <https://ec.europa.eu/eurostat>
- Evans, G. W., 1989, "Output and Unemployment Dynamics in the United States: 1950-1985", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 4, págs. 213-237.
- Friedman, B. y M. Watcher, 1974, "Unemployment: Okun's Law, Labor Force and Productivity", *Review of Economics and Statistics*, vol. 56, nº. 2, págs. 167-176.
- Giorno, Claude, Pete Richardson, Deborah Roseveare, and Paul Van den 353 Jim Lee Foord. 1995, "Potential Output, Output Gaps and Structural Budget Balances." *OECD Economic Studies* 24, págs.167-209.
- Gordon, R. J., 1984, "Unemployment and Potential Output in the 1980s." *Brooking Papers on Economic Activity*, 2, págs. 537-586.
- Granger, C.W. Y Newbold, P. 1974. "Spurious Regressions in Econometrics. *Journal of Econometrics*", 26:1045-1066.

- Guajarati, D.N. y Porter, D. C. 1997, "Econometría de las series de tiempo: algunos conceptos básicos en Econometría quinta edición", ed. Jesús Mares Chacón y Edmundo Carlos Zúñiga Gutiérrez, The McGraw-Hill, Santa fe de Bogota, Colombia, págs. 737-69.
- Greene, 1998, W.H..Análisis Econométrico-Prentice Hall.
- Hansen, Henrik, and Katarina Juselius. 1995, CATS in BATS: Cointegration Analysis of Time Series. Evanston, Illinois: Estima.
- Hsing, Yu. 1991, "Unemployment and the GNP Gap: Okun's Law Revisited\_" Eastern Economic Journal 17, págs. 409-416.
- Hodrick, R. y E. C. Prescott, 1997, "Post-war US Business Cycle: an Empirical Investigation", Journal of Money, Credit and Banking, págs.1-16.
- Johansen, Soren. 1988, "Statistical Analysis of Cointegration Vectors." Journal of Economic Dynamics and Control 12, págs. 231-254.
- Johansen, Soren, and Katarina Juselins. 1990, "The Full Information Maximum Likelihood Procedure for Inference on Cointegration--with Application to the Demand for Money." Oxford Bulletin of Economics and Statistics 25, págs. 169-210.
- Juhn, Chinhui, Kevin Murphy, and Robert H. Topel. 1991, "Why Has the Natural Rate of Unemployment Increased over Time?" Brookings Papers on Economic Activity 2, págs. 75-142.
- Lee, J., 2000, "The Robustness of Okun's Law: Evidence from OECD Countries", Journal of Macroeconomics, 22, 2, págs. 331-356.
- Mankiw G. N. 2001, Macroeconomía, 4ª edición. Antoni Bosch, editor: Barcelona.
- Maravall, A. y V. Gómez, 1998, "Seasonal Adjustment and Signal Extraction in Economic Time Series", Banco de España-Servicio de Estudios
- Okun, A. M. 1962, "Potential GNP: its Measurement and Significance.", Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association, págs. 98- 104.
- Osterwald-Lenum, Michael. August 1992, "A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of Some Important Maximum Likelihood Cointegration Test Rank Statistics." Oxford Bulletin of Economics and Statistics 54, págs. 461-72.
- Paddam, M. 1988, "How Much Does One Percent of Growth Change the Unemployment Rate? A Study of 17 OECD Countries", European Economic Review, 31, págs. 306-313.
- Palley, T. I., 1993. "Okun's Law and the Asymmetric and Changing Cyclical Behaviour of the US Economy", International Review of Applied Economics, vol. 7, págs.144-162.

- Perron, Pierre. 1989, "The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Roots Hypothesis." *Econometrica* 57, págs. 1361-1401.
- Prachowny, M. F. J., 1993, "Okun's Law: Theoretical Foundations and Revised Estimates." *The Review of Economics and Statistics*, vol. 75, nº. 2, págs. 331-336.
- SIMS, C. 1980, "Macroeconomics and reality". *Econometrica*, 48, págs. 1-48.
- Weber, C. E., 1995, "Cyclical Output, Cyclical Unemployment and Okun's Coefficient: A New Approach", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 10, págs. 433-445.
- Weiner, Stuart E. 1993, "New Estimates of the Natural Rate of Unemployment." *Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Review* 78, págs. 53- 69.
- Wooldridge, 2006, J.M. *Introducción a la Econometría: Un Enfoque Moderno*, Thompson.
- Yule, G.U. 1926, "Why Do We Sometimes Get Nonsense Correlations Between Time Series? A Study in Sampling and the Nature of Time Series", en *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 89, págs. 1-64.
- Zivot, Eric, and Donald W. K. Andrews. 1992, "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis." *Journal of Business and Economic Statistics* 10, págs. 251-270.